2025年4月更新

機　械　工　学　実　験 1

固体の温度伝導率の測定

理工学部創生工学科機械コース

担当：加藤

固体の温度伝導率の測定

１．基礎式

　大容量の断熱容器に満たした一定温度*t*0の流体に，内部の温度が均一な状態の定形試片を投入すると，試片内任意点の温度*ｔ*は時間*τ*とともに変化し，*ｔ*＝*ti*から*ｔ*＝*t*0となる．このときの温度変化が一次元的である場合，温度差*Ｔ*は無次元化されることで，式(1)によって示される非定常熱伝導の基礎微分方程式に適当な初期条件を与えて求めることができる．初期条件と境界条件をそれぞれ式(2)(3)に示す．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | $$\frac{∂θ}{∂τ}=a\frac{∂^{2}θ}{∂x^{2}}$$ | (1) |
|  | τ＝0，0≦*x*≦*l*においてθ＝θ*i*(*x*)＝*ti*－*t*0 | (2) |
|  | τ＞0，*x*＝0，*x*＝*l* において θ＝0 | (3) |

本テキスト内で使用する記号を以下に示す．

|  |  |
| --- | --- |
| *t*(*x*, *τ*)： | 試片温度 |
| *l*： | 試片の代表寸法 |
| τ： | 時間 |
| *x*： | 座標 |
| *θ*=*t*-*t*0： | 温度差 |
| *t*0： | 流体温度 |
| *ti*： | 試片初期温度 |
| *a*=*λ*/(*cρ*)： | 温度伝導率 |
| *c*： | 比熱 |
| *ρ*： | 密度 |

式(1)を式(2)，(3)の条件のもとに解くと式(4)が得られる．ここで温度差を式(5)に示すように無次元化し，無次元温度差を*T*する．また式(6)でフーリエ数を定義する．以上より式(4)から式(7)が得られる．時間経過とともにフーリエ数*F*が大きくなり，*F*≧0.2で式(7)は右辺第一項（*j*＝1）のみで近似できるようになり式(8)となる．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | $$θ=t-t\_{0}\sum\_{j=1}^{\infty }A\_{j}exp\left(-B\_{j}\frac{aτ}{l^{2}}\right)$$ | (4) |
|  | $$T=\frac{t-t\_{0}}{t\_{i}-t\_{0}}$$ | (5) |
|  | $$F=\frac{aτ}{l^{2}}$$ | (6) |
|  | $$T=\sum\_{j=1}^{\infty }A\_{j}exp\left(-B\_{j}F\right)$$ | (7) |
|  | $$T≒A\_{1}exp\left(-B\_{1}F\right)$$ | (8) |

式(8)右辺の*A*1は試片内の温度測定点の位置による値で，*B*1は周辺流体の撹拌の程度により定まる値である．周辺流体を充分に撹拌すれば，試片表面温度は，τ≧0とともに直ちに*t*0に等しくなる．このときの値を*B*∞とおき，試片の温度測定点を中心にした場合の値を*AC*とおくと式(8)は次のようになる．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | $$T\_{c}=A\_{c}exp\left(-B\_{\infty }F\right)$$ | (9) |

　温度変化が二次元的，三次元的である場合でも，一次元的な変化の仮定に基づく式(8)，(9)の表示が成立する．いくつかの形状の定形試片に対する*AC*，*B*∞を表1に示す．採用されている代表寸法に注意せよ．

表１　各種形状の定形試片に対する*Ac*, *B*∞の値

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 形状 | 無限平板*l*2=*l*3=∞ | 無限角柱*l*1=*l*2，*l*3=∞ | 無限円柱*l*2=∞ | 立方体*l*1= *l*2= *l*3 | 有限円柱*r*1= *l*1 |
| *AC**B*∞ | 1.2732.467 | 1.6214.935 | 1.6025.783 | 2.0647.402 | 2.0408.250 |
| 代表寸法 | *l*1 | *l*1(=*l*2) | *r*1 | *l*1=(*l*2= *l*3) | *r*1(= *l*1) |
|  | 2*l*1 |  | 2*r*1 |  | 2*r*1 |

２．実験目的および方法

　この実験ではベークライトで作られた試片の温度伝導率を求める．図1に実験装置の概略を示す．恒温槽内に入れられた湯はベビーモータに取り付けられた撹拌器で常に全体が一定温度になるようにする．湯に投入した試片の温度変化を測定する．試片の温度測定用の熱電対は試片の中心点に接着固定されている．なお使用した熱電対はφ＝0.3mmのC.C.である．ベークライトの物性値を表2に示す．

図１　測定装置概略図

表２ 試片（ベークライト）の20℃における物性値

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 密度 [kg/m3] | 比熱 [kJ/(kgK)] | 熱伝導率 [kJ/(mhK)] |
| 1270 | 1.591 | 0.8374 |

　フーリエ数*F*が0.6より大きくなると測定値から求める無次元温度差*T*Cの精度が低下するので，あらかじめ試片の温度伝導率を推定し実験に要する時間を算出しておき，これに適する記録紙送り速度を決めて実験する．

３．実験結果とまとめ

　アナログな記録計で測定した測定記録紙の例を図2に示す．温度伝導率*a*を求めるには，式(6)を変形して式(10)から得ることができる．

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | $$a=\frac{Fl^{2}}{τ}$$ | (10) |

ただし時間*τ*とフーリエ数*F*はそれぞれ無次元温度差*TC*に対して一意に定まるため，式(10)に挿入する時間*τ*とフーリエ数*F*は同じ無次元温度差*T*Cに対応する時間*τ*とフーリエ数*F*でなければならない．

図２ 測定記録紙の例



図３ *T*C－*F*の関係例



図４ *T*C－τの関係例

表３ 実験条件

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 湯 温*t*0 [℃] | 室 温*ti* [℃] | 試 片 |
| 材 質 | 形 状 | 代表寸法[m] |
|  |  |  |  |  |

表４ 実験結果

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| τ[s] | *T*C [-] | *F* [-] | *a* [m2/s] |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Appendix 1

**伝熱工学入門**（使用する記号が本文と異なるので注意）

A1-1．定常熱伝導



図A1-1　定常熱伝導の模式図

　物体内の熱の移動を熱伝導と呼ぶ．ここで熱の伝わりやすさを示す物体固有の値を熱伝導率*λ*W/(m･K)としたときに，図A1-1に示すように，距離*L* mの間に温度*T*hと温度*T*lの温度差がある断面積*A*m2を通過する熱流について考えると熱流量　Wは式A1-1で表すことができる．

 （A1-1）

　ここで式A1-1を参考に微小領域における熱伝導を考慮する．熱伝導率はそのままに式A1-1の物理量をそれぞれ置き換えると，熱流量　を微小な熱流量*d*　，距離*L*を微小な距離*dx*，温度差(*T*h -*T*l)を微小な温度差*dT*，断面積*A*を微小面積*dA*と置き換えることができる．ただし*dx*を用いると方向を考慮する必要がある．熱が移動する方向を考慮すると，熱は温度の高い方から低い方へ移動するから*d*　と*dT*は符号が反対になる．そのため左辺と右辺の符号を合わせるために，負の符号を追加する．これにより微小な領域の熱伝導を扱う式A1-2が得られる．

 （A1-2）

　またここで3次元で式A1-2を考えると，座標*x*に位置する面から伝わる微小な熱流量を*d*　*x*として，微小な面積*dA*を*dydz*すなわち縦×横の*dy*×*dz*で置き換えると式A1-3が得られる．(\*1)

 （A1-3）

A1-2．非定常熱伝導

　非定常熱伝導は時間に影響を受け，温度*T*が時間と場所の関数になる．本来は温度変化を計算する時は本文の式(1)に示す熱伝導方程式を解く必要がある．しかし本教材で扱う実験では数値の無次元化によって式(9)や表１を用いて物体中心の温度変化を予想することが出来た．

　ここでは前節「A1-1　定常熱伝導」の内容を基に式(1)を求める．定常熱伝導の場合は，どの微小領域を見ても物体に流入する熱流量と物体から流出する熱流量が等しかったが，非定常熱伝導では物体に流入する熱流量と物体から流出する熱流量が異なるため，物体内の熱量が変化し物体の温度変動を伴う．そのため熱伝導方程式は微小領域に流入する熱量と流出する熱量の差が物体の温度上昇に寄与する熱量に等しいことを示す式になる．

まず流入する熱量と流出する熱量から考える．微少時間*dt*に座標*x*に位置する面積*dydz*を通り流入する微小な熱量*dQx*Jを考えた時，式A1-3から式A1-4が得られる．単位に注意．

 （A1-4）

次に微小時間*dt*に座標*x*+*dx*に位置する面積*dxdy*を通り流入する微小な熱量*dQx*+*dx*Jを考える．熱量*dQx*+*dx*Jを直接求めることは出来ないので，ここでテイラーの定理(\*２)を利用する．工学的にはテイラー級数の第3項以降は十分に小さく無視できるとみなし，省略することが出来るので，熱量*dQx*+*dx*Jは式(A1-5)で示される．

 （A1-5）

式(A1-4)(A1-5)から座標*x*から流入する熱量と座標*x*+*dx*から流出する熱量の差は式(A1-6)で示される．

 （A1-6）

式(A1-4)(A1-6)を整理して，式(A1-7)が得られる．



 （A1-7）

y軸方向とz軸方向も同様にして考えると式(A1-8)(A1-9)が得られる．

 （A1-8）

 （A1-9）

式(A1-7)(A1-8)(A1-9)の3式の和は整理すると式(A1-10)のようになり微少時間*dt*の間に微小体積*dxdydz*で増加する熱量である．この熱量が微小体積の温度上昇に等しくなる．

  [J] （A1-10）

　ここで微小体積の温度上昇に要する熱量について考える．三辺の長さがそれぞれ*dx*m，*dy*m，*dz*mの微小体積*dxdydz*は体積が*dxdydz*m3であり，この物体の密度を*ρ*kg/m3とおくと，微小体積の重量は*ρdxdydz* kgである．熱容量は比熱を*c*J/(kg･K)として*cρdxdydz* J/Kである．

　仮にここで微小体積内の温度分布が均一だと仮定して，温度上昇*T*Kに要する熱量は式(A1-11)で表される．

　式(A1-10)(A1-11)を参考にして微小時間当たりの温度上昇に要する熱量と微少時間あたりに増加する熱量が等しいとする式を作ると式(A1-12)で示す熱伝導方程式ができる．(\*3) 両辺を*dxdydz*で除し，∇(\*4)を用いて表現すると式(A1-13)で示す熱伝導方程式ができる．ただし*a*=*λ*/(*cρ*)で*a*を温度伝導率または熱拡散率と呼ぶ．1次元の熱伝導方程式は式(A1-14)で示される．

 [J] （A1-11）

 （A1-12）

 （A1-13）

 （A1-14）

\*1；偏微分になっていることに注意．式A1-2までは温度*T*が*x*方向にしか変化しなかったため，*T*=*T*(*x*)，すなわち*T*が*x*だけを唯一の変数とする関数だったから*dT*/*dx*で構わなかった．しかし3次元で考えるようになると*T*=*T*(*x*,*y*,*z*)すなわち温度*T*が*x*,*y*,zの関数となり，*x*について微分する時は∂*T*/∂*x*となる．つまり複数の変数を持つ関数を，ある特定の変数について微分する時は偏微分を用いる．

\*２；テイラー級数は数学の教科書で説明されている．

\*３；式(A1-11)を微分するときに，今度は微小体積内の温度が均一ではないので温度は場所と時間の関数になり，偏微分をすることに注意する．

\*4；ハミルトンの作用子もしくはナブラと呼ぶ．



Appendix 2

ゼーベック効果

図A2-1　ゼーベック効果

　異種金属の接合点*J*1，*J*2では，各金属の有する自由電子の個数が異なるために接触電位差と呼ばれる電位差を生じる．

　*J*1，*J*2が等温であれば，電位差の極性が互いに打消し合って回路に電流が流れない．しかし図A2-1に示すように，*J*1，*J*2の温度が異なると，自由電子の持つ熱エネルギが異なるために高温側がより高い接触電位差を有するようになり，回路に電流が流れる．このときの起電力を熱起電力という．異種金属A，Bから構成される回路内に生ずる熱起電力は，*J*1，*J*2における接触電位差の代数和であり，これらは*J*1，*J*2における温度*T*1，*T*2のみの関数であることが実験的に知られている．この現象はゼーベック効果と呼ばれている．

　従って，一方の接合点*J*2を一定温度に保ち，あらかじめ，他の接合点*J*1の温度と回路に生ずる熱起電力の関係を調べておけば，*J*1を温度測定端子として用い，その際の熱起電力を測定することによって，*J*2の温度を知ることができる．

　氷点は比較的容易に得られるので，一定温度に0℃が選ばれることが多い．

 熱電対使用上の主な注意

 1．熱伝導による温度降下を小さくすること．

熱電対の素線は金属であるから，熱の良導体であり，素線を伝って逃げる熱のために測定端子の温度が下がる．実用上は，素線直径の10倍程度の長さが，被測定物と同じ温度にあれば良いとされている．

　 2．電気抵抗による測定電圧の低下を小さくすること．

熱電対の素線を電流が流れることによって起電力測定端での電圧が低下する．従って，できるだけ小さい電流で電圧が測れるようにすることが望ましく，測定器には電位差計が最良である．

　 3．熱電対の均質性を保つように留意すること．

素線を強く折り曲げるようなことはなるべく避ける．

Appendix 3

C.C. 熱電対検定表

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *e*［mV］ | *T*［℃］ | *e*［mV］ | *T*［℃］ |  |
|  0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0 2.1 2.2 2.3 2.4 |  0.0 2.6 5.1 7.7 10.2 12.7 15.2 17.7 20.1 22.6 25.0 27.5 29.9 32.3 34.7 37.0 39.4 41.3 44.1 46.4 48.7 51.0 53.3 55.6 57.9 |  2.5 2.6 2.7 2.8 2.9 3.0 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 4.0 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 |  60.1 62.4 64.6 66.9 69.1 71.3 73.5 75.7 77.9 80.1 82.2 84.4 86.6 88.7 90.9 93.0 95.1 97.3 99.4 101.5 103.7 105.8 |
|  |

 下記の実験式を使用してもよい．

 *T*＝25.73*e*－0.7*e*2＋0.005*e*4

 *T*：温度 ［℃］

 *e*：起電力［mV］

レポートの作成例

１．実験の目的

　どういう目的で本実験を行うか，など．

２．理論

　実験の根拠にした理論を提示する．機械系学科の授業で学ぶことは割愛する.

３．実験方法

　実験の内容を説明する．記述だけで説明が困難なら，図を用いる．

４．実験結果

　試片の材質，形状，実験日の気温（室温），湯温などの実験条件に対して，得られた実験結果を示す．測定結果から得られる*T*C－τの関係を図4と比較し，類似した傾向が得られていることを確認する．

５．考察

　実験結果の温度伝導率*a*と物性値から計算した温度伝導率*a*を比較する．その手順は，「文献値と比較」「測定誤差を考慮して実験値の誤差範囲を求める」「誤差範囲を考慮して，物性値から計算した温度伝導率が実験値と異なる数値だと断定可能か判断する」「実験結果と物性値の比較」となる．なお，参考文献はまとめの後に，「参考文献」と数字無しで見出しを付け，列挙する．

６．まとめ

　考察した各項目の結論を全部手短に書き出す．

実験初日にレポート用紙で提出する課題

　１）テキストの１~２ページに記載される式で明らかな誤りが一つあるので指摘する．２）式（A1-2）の*dT*/*dx*についてオイラー法を参考に考え方を説明する．３）*dz*=(*∂z*/*∂x*)*dx*+(*∂z*/*∂y*)*dy*について式の解釈を説明する．４）温度伝導率が何か説明する．タイトル・学籍番号・氏名・提出日を記入したA4のレポート用紙一枚に，以上４つの課題を記述して授業開始時に提出してください．

その他の注意事項等は，担当者加藤のウェブサイトを参照してください．